

חינה בתורת הקבוצות

המורה: מ. גיטיק

משך הבחינה: 3 שעות
יש לענות על 4 מתוך 6 שאלות הבאות.

שאלה 1

הוכח כי חיתוך אלכסוני של סליחים הוא סליח.

שאלה 2

הוכח כי אם $F \supseteq \prod_{\alpha < \aleph_1} X_{\alpha+1}$ מורכבת מפונקציות שונות על סליח
ולכל α בן מניה $\aleph_{\alpha+1} < |F|$ אז $\aleph_{\alpha+1} < \aleph_{\omega+1}$.

שאלה 3

יהי

$$\{A_\alpha : \alpha < \aleph_1\}$$

אוסף של קבוצות לא שבת זרות. נניח כי איחודן היא קבוצה שבת.
הראה כי אז הקבוצה הבאה היא שבת:

$$\{\min A_\alpha : \alpha < \aleph_1\}$$

שאלה 4הוכיחו ללא שימוש באקסיומת הבחירה כי יש פונקציה מישר ממשי על \aleph_1 .שאלה 5

נקרא לשתי פונקציות חלקיות סופיות f, g מ- \aleph_1 ל-2 מתיישבות אם $f \cup g$ היא פונקציה.
יהי F אוסף של \aleph_1 פונקציות סופיות חלקיות מ- \aleph_1 ל-2. הראה כי יש $F \supseteq H$
בעוצמה \aleph_1 כך שכל שתי פונקציות מ- H הן מתיישבות.

שאלה 6יהי κ מדיד. הוכיחו כי אז κ הוא אי נשיג חזק.

בהצלחה!