

0366-1105  
15/05/15

## מבחן במבוא לתורת הקבוצות

סמסטר ב' תשע"ב, מועד א'  
תאריך: 15.7.2012 מרצה: פרופ' אלי גלזר  
משך הבחינה 3 שעות.  
אין להשתמש בכל חומר עזר.

ענו על השאלה הבאה (30%) בפירוט מלא:

1. תהינה  $(X, \leq)$  ו  $(Y, \leq)$  שתי קבוצות סדורות היטב. הוכיחו כי מתקיימת בדיוק אחת האפשרויות הבאות:

$$(i) X \approx O(y_0), \quad (ii) X \approx Y, \quad (iii) Y \approx O(x_0)$$

עבור איברים  $x_0 \in X$  ו  $y_0 \in Y$ . (הוכחה ללא שמוש באורדינלים).

ענו על שלוש מארבע השאלות הבאות (24% כל אחת). הסבירו תשובותיכם.

2. קיבעו את הסדר (כולל שיויון) של המספרים הבאים:

$$\omega_1^7, \omega_2^\omega, \omega, \omega^3, \omega_2^3, \omega_1\omega_2, \omega_1\omega, \omega\omega_1$$

קודם כקארדינלים ואז כאורדינלים.

3. האם ניתן להציג את  $\mathbb{R}^3$  כאיחוד בן מניה של מעגלים?

4. תהי  $X$  קבוצה ומעליה יחס סדר טוב. הוכיחו כי לכל פונקציה מונוטונית עולה

$$f: X \rightarrow X \quad (\text{כלומר } x_1 < x_2 \text{ גורר } f(x_1) < f(x_2)) \text{ מתקיים: } \forall x \in X, x \leq f(x).$$

5. תהי  $A$  קבוצה אינסופית ותהי  $B \subseteq A$  קבוצה חלקית כך ש  $|B| < |A|$ . הראו כי  $|A| = |A \setminus B|$ . (מותר להסתמך על משפטים שהוכחו בהרצאה). האם נעשה בהוכחה שימוש באקסיומת הבחירה ואם כן כיצד?

בהצלחה!

AAAC - 46