

חשבון אינפניטיסימלי 2

סמסטר ב' תש"ע

מועד ב', 11 באוגוסט 2010

מרצה: ד"ר יואל שקולניצקי
מתרגלים: ד"ר לאוניד קגן, ד"ר אלעד פארן.

HHH-31

הוראות:

1. משך הבחינה 3 שעות.
2. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.
3. אין לפצל בין תת-שאלות.
4. השימוש במחשבון לא-גרפי מותר. השימוש בכל מחשבון אחר לרבות laptop, iphone, smartphone, ... - אסור!
5. אין להשתמש בכל חומר עזר אחר.
6. רשמו על מחברת הבחינה את מספרי השאלות שברצונכם שייבדקו. במקרה של ספק, ייבדקו 4 השאלות הראשונות במחברת.
7. במקרים בהם נדרש נימוק, תשובה לא מנומקת לא תזכה בנקודות.

בהצלחה!

שאלה 1

1. (12.5 נק') חשבו את הנפח הכלוא בין הגליל $z^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ והכדור $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

2. (12.5 נק') חשבו את האינטגרל

$$\iint_D e^{\frac{x-2y}{y+x}} dx dy$$

בתחום $D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.

שאלה 2

1. (17 נק') מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה

$$z = e^{2x+3y} (8x^2 - 6xy + 3y^2)$$

לגבי כל נקודה ציינו האם היא נקודת מינימום/מקסימום/אחר. נמקו תשובתכם.

2. (8 נק') תהי $f(x, y) = x^{1/3}y^{1/3}$. הראו שהכיוונים היחידים בהם יש לפונקציה נזגרת כיוונית ב- $(0, 0)$ הם כיווני הצירים x ו- y .

שאלה 3

1. (10 נק') יהי

$$\underline{F} = \left(\frac{-y+x}{x^2+y^2}, \frac{x+y}{x^2+y^2} \right)$$

שדה וקטורי. יהי Γ עקום במישור הנתון ע"י $x^4 + y^8 = 1$ (בכיוון החיובי). חשבו

$$\int_{\Gamma} \underline{F} \cdot d\mathbf{r}$$

(5 נק') האם \underline{F} שדה משמר? נמקו.

2. (10 נק') חשבו

$$\iiint_V z dv$$

כאשר V הוא הנפח הנמצא בתוך $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4az$ ומחוץ ל- $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2az$.

שאלה 4

1. (12.5 נק') חשבו את שטח הפנים של חלק החרוט $x^2 - y^2 = z^2$ הנמצא ב- $\{x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ וחסום ע"י המישור $y + z = a$.

2. (12.5 נק') מצאו את השטח החסום ע"י האליפסה

$$(x - 2y + 3)^2 + (3x + 4y - 1)^2 = 100.$$

שאלה 5

1. (12.5 נק') חשבו את השטף של השדה $\underline{F} = (y, z, xz)$ דרך שפת התחום W המוגדר ע"י

$$W = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 1 \text{ וגם } x \geq 0\}.$$

2. (12.5 נק') מצאו נקודות קיצון גלובליות של הפונקציה $w = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ בתחום $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 10$. מהו המינימום המוחלט בתחום? מהו המקסימום המוחלט בתחום?

בהצלחה!

דף נוסחאות

זהויות טריגונומטריות

$$1. \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$2. \cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$3. \sin(2\theta) = 2 \cos \theta \sin \theta$$

אינטגרלים

$$1. (n \neq -1) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$2. \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$3. \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$4. \int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin(2x) + c$$

$$5. \int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin(2x) + c$$