

אוניברסיטת תל-אביב
ביה"ס למדעי המתמטיקה

2/09/2009

סמסטר ב, מועד ב.
תשס"ט

בחינה בקורס: "חשבון אינפיניטסימלי 2 0366.1122.01"

ד"ר ע. דיטקובסקי, דר' ל. קגן, גב' א. רז, מר' א. סוחוב

- משך הבחינה 3 שעות.
- ענה/י על 4 מתוך 5 שאלות.
- בחינה בחומר סגור, למעט מחשבון כיס.
- ענה על השאלות בצורה מסודרת במחברת הבחינה.
- קרא היטב את השאלות! תשובות לשאלות שלא נשאלו לא יתקבלו.

1. נתונה פונקציה $f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[3]{xy} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- א. בדקו האם $f(x, y)$ דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$.
ב. האם $f(x, y)$ רציפה ב- $(0, 0)$?
ג. הגדירו מהיא נגזרת בכיוון הווקטור \underline{v} .
ד. האם ל- $f(x, y)$ קיימת נגזרת בכיוון הווקטור $(1, 1)/\sqrt{2}$?

2.

- א. תהי פונקציה $f: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^1$. הסבר מדוע $\nabla f(\underline{x})$ ניצב ל'משטח'
 $f(\underline{x}) = c$.
ב. כתבו את משוואת המישור המשיק למשטח $z = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ המקביל למישור
 $x + 5y + 3z = 1$.

HHH-27

3. אליפסה מוגדרת כמקום הגיאומטרי של כל הנקודות שסכום מרחקיהן משתי נקודות נתונות, הקרויות מוקדים, הוא גודל קבוע.

א. מצאו את משוואת האליפסה שמוקדיה הם $(1,0)$ ו $(-1,0)$ וסכום המרחקים הוא 4.

ב. מצאו את הנקודות על האליפסה שמרחקן מהמוקד $(1,0)$ הוא הגדול והקטן ביותר.

4.

א. חשבו את $\iint_{\Omega} xy d\Omega$ כאשר $\Omega = \{(x, y) | 4 \leq x^2 + 4y^2 \leq 16, 0 \leq x, y\}$ ע"י שינוי

המשתנים $v = x^2, u = x^2 + y^2$.

ב. מהוא $\iint_{\Omega} xy d\Omega$ כאשר $\Omega = \{(x, y) | 4 \leq x^2 + 4y^2 \leq 16\}$!

5. יהי שדה וקטורי $\underline{f} = (f_1, f_2) \in C^2$ בתחום מלבני Ω ונתון כי $\partial f_1 / \partial y = \partial f_2 / \partial x$.

א. מצאו את פונקצית הפוטנציאל U המתאפסת בנקודה $(x_0, y_0) \in \Omega$ והראו במפורש כי U היא אכן פונקצית הפוטנציאל.

ב. מצאו את פונקצית הפוטנציאל U כאשר $\underline{f} = (y \cos(xy), x \cos(xy))$.

ג. חשבו את $\int_l \underline{f} \cdot d\mathbf{l}$ כאשר l היא המסילה

$$l = (10 \cos(t) + \sin(\pi^2 t), 5 \sin(t) + \cos(\pi^2 t)); t \in [0, \pi]$$