

מס' מחברת: _____

מבחן במבוא לקומבינטוריקה ולתורת הגרפים

סמסטר ב' התש"ע, א'ף 3 >

תאריך: 05/09/10

מראה: פרופ' נוגה אלון

CC-7

- משך הבחינה 3 שעות.
- אין להשתמש בכל חומר עזר, לרבות מחשבון.
- במבחן חמש שאלות, יש לענות על כולן.
- תשובות נכונות ומלאות על ארבע מהשאלות יזכו אותך ב-90 נקודות; תשובות נכונות ומלאות על כל השאלות ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבחינה משמשת כטיטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן. יש להקפיד ולרשום את מספר הסטודנט על טופס הבחינה.
- ודאו היטב את תשובתכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום".

בהצלחה!

	1
	2
	3
	4
	5

מס' מחברת: _____

ת.ז.: _____

שאלה 1

מצאו את מספר הרביעיות הסדורות (A, B, C, D) של קבוצות A, B, C, D המוכלות ב $\{1, 2, \dots, n\}$ כך ש $A \cup B \cup C \cup D = \{1, 2, \dots, n\}$.

תשובה:

הוכחה:

מס' מחברת: _____

ת.ז.: _____

שאלה 2

תהא A מטריצה 100×100 כך שכל מספר מהקבוצה $\{1, 2, \dots, 100\}$ מופיע בה בדיוק 100 פעמים. הוכיחו כי יש שורה או עמודה שבה מופיעים לפחות עשרה מספרים שונים.

הוכחה:

מס' מחברת: _____

ת.ז.: _____

שאלה 3

יהא $n > 5$ טבעי. מהו מספר הפונקציות $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, 5\}$ כך שגודל התמונה בדיוק 4?

תשובה:

הוכחה:

מס' מחברת: _____

ת.ז.: _____

שאלה 4

יהא $p(n)$ מספר הפתרונות של $x_1 + \dots + x_{10} = n$ כאשר x_i טבעי זוגי לכל $1 \leq i \leq 5$ ו x_i טבעי אי-זוגי לכל $6 \leq i \leq 10$.

1. כתבו פונקציה יוצרת לסדרה $p(n)$.

תשובה:

הוכחה:

(ב) כתבו ביטוי סגור עבור $p(2011)$.

תשובה:

הוכחה:

מס' מחברת: _____

ת.ז.: _____

שאלה 5

יהא $G = A \cup B$ גרף דו־צדדי עם צדדים A ו B . נתון שלכל $a \in A$ ולכל $b \in B$ מתקיים $d(a) \geq d(b) \geq 1$. הראו שקיים זיווג שמרווה את צמתי A .

הוכחה:
