

**בחינה במבוא לקומבינטוריקה ותורת הגרפים 0366.1123**

**סמסטר ב' תשס"ט, מועד ב'**  
**המרצה: פרופ' מ. קריבלביץ'**

- משך הבחינה שלוש שעות. לא תינתן הארכת זמן.
- אין להשתמש בכל חומר עזר לרבות מחשבוני.
- ענה/י על כל 5 השאלות.
- פתרון מלא של כל שאלה יזכה אותך ב- 20 נקודות.
- יש להגיע לתשובה מספרית בשאלות מספריות.
- לתשומת לבך! יש לרשום את התשובות לשאלות הבחינה בדפי התשובות המצורפים
- לטופס הבחינה. את התשובה לכל שאלה יש לרשום בדף המיועד לשאלה זו בדפי התשובות.
- דף אחרון בדפי התשובות מיועד לשימוש במקרי "חירום". מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, ולפיכך יש להקפיד ולרשום את מס' הסטודנט על טופס הבחינה!

**מס' סטודנט:**

**שאלה 1:**

בכמה אופנים ניתן לפזר 40 כדורים כחולים זהים ו- 20 כדורים לבנים זהים לחמישה תאים שונים כך שבכל תא מספר הכדורים הלבנים אינו עולה על זה של הכדורים הכחולים?

**שאלה 2:**

40 סטודנטים מגישים בקשות למגורים בחדרים זוגיים במעונות. כל סטודנט מרכיב רשימה של 20 סטודנטים אחרים איתם הוא מוכן לגור. הראה כי קיימים שני סטודנטים המוכנים לגור זה עם זה באותו חדר.

**שאלה 3:**

שימי מסדר את ספריו על מדף. באוסף הספרים שלו יש  $n$  כותרים, כאשר מכל כותר יש שני עותקים זהים. מצא נוסחא למספר האופנים לסידור הספרים על המדף, כאשר אין אף שני עותקים של אותו כותר העומדים זה לצד זה.

**שאלה 4:**

מצא את מספר הפתרונות של המשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  בשלמים אי-שליליים, כאשר  $x_1 = 2x_2 + 2$  וגם  $x_3 \leq x_4$ .

**שאלה 5:**

קבוצת קדקדים  $U$  בגרף  $G$  נקראת בלתי-תלויה אם  $U$  לא פורשת אף צלע של  $G$ . הוכח: בכל גרף  $G$  עם  $n$  קדקדים מדרגה מרבית  $\Delta$  קיימת קבוצה בלתי-תלויה בגודל לפחות  $\frac{n}{\Delta+1}$ .

**בהצלחה!**

CC-4