

סמסטר א' תשס"ט
5.2.09
מועד א

בחינה בתורת הקבוצות

המורה: מ. גיטיק

משך הבחינה: 3 שעות
יש לענות על 4 מתוך 6 שאלות הבאות.

שאלה 1

תהי X תתקבוצה שבת של \mathcal{A} . הוכיחו כי ניתן לפרק את X ל- \mathcal{A} קבוצות שבת זרות.

שאלה 2

יהי α מונה מדיד. נניח כי $F: [\alpha]^2 \rightarrow 2$. הוכיחו כי יש תתקבוצה A של α בעלת עצמה α כך ש-
 $|F[[A]^2]| = 1$.

שאלה 3

יהי F מסנן נורמלי על מונה κ . הוכיחו כי אז לכל
 $\Delta\{A_\beta : \beta < \alpha\} \in F$ מתקיים $F \supseteq \{A_\beta : \beta < \kappa\}$.

שאלה 4

א. הוכיחו ללא שימוש באקסיומת הבחירה כי \aleph_1 אינו איחוד של \aleph_0 קבוצות סופיות.
ב. הוכיחו ללא שימוש באקסיומת הבחירה כי \aleph_2 אינו איחוד של \aleph_0 קבוצות בנות מניה.

שאלה 5

א. הראו כי כל תתקבוצה שבת של \aleph_1 מכילה קבוצה סגורה בעלת טיפוס סדר ω .
ב. הראו כי כל תתקבוצה שבת של \aleph_1 מכילה קבוצה סגורה בעלת טיפוס סדר α לכל $\omega_1 > \alpha$.

שאלה 6

יהי κ מדיד ממשי בעל מידה ללא אטומים. הוכיחו כי אז $\kappa \geq 2^{\aleph_0}$.

בהצלחה!

AAAC-25