

סמסטר א', תשס"ט
 בחינת מעבר מועד א'
 מועד הבחינה: 19.02.2009

66

בחינה בקורס,,משוואות דיפרנציאליות חלקיות 1"

מרצה: פרופ' אלי טורקל

- מותר השימוש ב-4 עמודי עזר של נוסחאות (בגודל A4 כל אחד).
- ענה על ארבע מתוך חמש השאלות. כל שאלה שווה 25 נקודות. נמק כל התשובות
- משך הבחינה: 3 שעות

1. פתור הבעיה

$$u_t = u_{xx} + xe^{-t} \quad 0 < x < 1 \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0 \quad u(1, t) = 0 \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x - 1 \quad 0 < x < 1$$

רמז: במד"ר קיים גורם אינטגרציה

QR-4

2. פתור הבעיה

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b$$

$$u(0, y) = 0 \quad 0 \leq y \leq b$$

$$u(1, y) = g(y) \quad 0 \leq y \leq b$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial y} + 2u \right]_{y=0} = 0 \quad 0 \leq x \leq a$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, 1) = f(x) \quad 0 \leq x \leq a$$



3. פתור הבעיה

$$u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 2 \quad t > 0$$

$$u(0, y, t) = u(1, y, t) = 0 \quad 0 < y < 2 \quad t > 0$$

$$u(x, 0, t) = u(x, 2, t) = 0 \quad 0 < x < 1 \quad t > 0$$

$$u(x, y, 0) = \sin(2\pi x) \left[\sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) - 2\sin(\pi y) \right] \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 2$$

$$u_t(x, y, 0) = 2\sin(2\pi x) \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) \quad 0 < x < 1 \quad 0 < y < 2$$

4. פתור הבעיה

$$u_t + 3tu_x = u \quad -\infty < x < \infty \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = \cos(x) \quad -\infty < x < \infty$$

5. (a) נתון המשוואה

$$\Delta u + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 u = 0 \quad \text{בתוך } D$$

כאשר $u(x, y) > 0$ הוכח שלא קיים נקודת מינימום עבור $u(x, y)$ בתוך D ?

(b) האם יכול להיות נקודת מקסימום?

(c) מה המצב כאשר $u(x, y) < 0$?**בהצלחה!**