

## מבחן במבוא לתורת הקבוצות

סמסטר א' תש"עב, מועד א'  
תאריך: 26.2.2012 מרצה: פרופ' אלי גלזר  
משך הבחינה 3 שעות.  
אין להשתמש בכל חומר עזר.

ענו על השאלה הבאה בפירוט מלא: ( 30% )

1. הוכיחו כי לכל שני מספרים קרדינליים  $a, b$  אינסופיים מתקיים:

$$(i) a^2 = a \quad (ii) a+b = ab = \max(a,b)$$

ענו על שלוש מארבע השאלות הבאות. הסבירו תשובותיכם. ( 24% לכל שאלה )

2. קיבעו את הסדר (כולל שיויון) של המספרים הבאים:

$$3^\omega, \omega_1^\omega, \omega, \omega^3, \omega_3, \omega\omega_1, \omega_1\omega$$

קודם כקרדינלים ואז כאורדינלים

3. מהי עצמת הקבוצות הבאות:

א. אוסף הפונקציות החד-חד-ערכיות ב  $N^N$ .

ב. קבוצת המחרוזות האינסופיות של האותיות  $a, b$  שאינן מכילות את הרצף  $aa$ .

4. הוכיחו כי לכל קבוצה לא ריקה  $X$  מתקיים:

$$|X| < 2^{|X|}$$

5. תהי  $A$  קבוצה אינסופית ותהי  $B \subseteq A$  קבוצה חלקית כך ש  $|B| < |A|$ .  
הראו כי  $|A| = |A \setminus B|$  (מותר להסתמך על משפטים שהוכחו בהרצאה).  
האם נעשה בהוכחה שימוש באקסיומת הבחירה ואם כן כיצד ?

בהצלחה!

AAAC-45