

*Handwritten signature*

## בחינה בתורת הקבוצות

המורה: פרופ' מ. גיטיק

משך הבחינה: 3 שעות  
יש לענות על 4 מתוך 6 השאלות  
אין להשתמש בחומר עזר

### שאלה 1

נניח כי  $A$  הוא מדיד ו- $U$  על מסנן לא טריוואלי, נורמלי,  $A$ -  
שלם מעל  $A$ . הוכיחו כי קבוצה של אי נשיגים חזקים שייכת ל- $U$ .

### שאלה 2

נניח כי  $X$  תת קבוצה שבת של  $\aleph_1$ . תהי  $F: X \rightarrow \aleph_1$   
הוכיחו כי קיים  $X \ni \alpha$  כך שלכל  $\beta < \alpha$   $F(\beta) < \alpha$

### שאלה 3

יהי  $\langle A_n \mid n < \omega \rangle$  פירוק זר של ישר ממשי ל  $\aleph_0$  קבוצות.  
הוכיחו כי לפחות אחת מהן שוות עוצמה לישר ממשי.

### שאלה 4

הוכיחו כי אם  $F \supseteq \prod_{\alpha < \aleph_1} \aleph_\alpha$  מורכבת מפונקציות כמעט  
זרות  
ולכל  $\alpha$  בן מניה  $\aleph_{\alpha+1} < \aleph_{\omega_1}$  אז  $\aleph_{\omega_1} \geq |F|$ .

### שאלה 5

יהי  $K$  המונה הקטן ביותר כך ש- $2^{\aleph_0} > 2^K$ . הראו כי  
אז  $K$  הוא מונה סדיר.

### שאלה 6

הוכיחו כי מדיד ממשי לא יכול להיות מונה עוקב.

בהצלחה!

# AAC-23