

אוניברסיטת תל-אביב
ביה"ס למדעי המתמטיקה

14/07/2009

סמסטר ב, מועד א.
תשס"ט

בחינה בקורס: "חשבון אינפיניטסימלי 2 0366.1122.01"

ד"ר ע. דיטקובסקי, דר' ל. קגן, גבי א. רז, מרי א. סוחוב

- משך הבחינה 3 שעות.
- ענה/י על 4 מתוך 5 שאלות.
- בחינה בחומר סגור, למעט מחשבון כיס.
- ענה על השאלות בצורה מסודרת במחברת הבחינה.
- קרא היטב את השאלות! תשובות לשאלות שלא נשאלו לא יתקבלו.

1. נתונה פונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- א. בדקו האם $f(x, y)$ דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$.
ב. האם $f(x, y)$ רציפה ב- $(0, 0)$?
ג. הגדירו מהיא נגזרת בכיוון הווקטור \underline{v} .
ד. האם ל- $f(x, y)$ קיימת נגזרת בכיוון הווקטור $(1, 1)/\sqrt{2}$?

2.

- א. רוצים למצוא את הנקודות החשודות כנקודות אקסטريمום של $f, g \in C^3, z = g(x, y)$ תחת האילוץ $f(x, y, z): D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ (גזירות שלוש פעמים ברציפות), ע"י הצבת האילוץ בפונקציה. מצא את הנקודות הני"ל.
ב. פתור את הבעיה עבור $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$; $z = \sin xy$ ואפיינו את הנקודות.

HHH-28

3. מצאו את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(2x^2 + 3y^2)$ בתוך העיגול $x^2 + y^2 \leq 4$.

4. חשב את $\iint_{\Omega} xy d\Omega$ כאשר $\Omega = \{(x, y) | 3 \leq x^2 - y^2 \leq 6, y \geq 0, 0 \leq x \leq 3\}$.
רמז: $v = x^2, u = x^2 - y^2$.

5.

- א. פתחו את הנוסחא לחישוב שטח של משטח.
 ב. חשבו את שטח המשטח $s = \{(x, y, z) | (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1\}$.
 ג. חשבו את $\iint_s \underline{f} \cdot \underline{n} ds$ כאשר $\underline{f} = (x^2, y^2, z^2)$ ו \underline{n} הוא הנורמאל החיצוני ל s .