



בחינה בחשבון וריאציות (0366.3360)
המרצה: סטיב שוחט

משך הבחינה: 3 שעות.

מותר להשתמש בחומר עזר חוץ מספרים. אסור להשתמש במחשבי כיס.
ענה על כל 3 השאלות. כל שאלה שווה 42 נקודות. הציון בבחינה הוא הסכום של שני
הציונים הגבוהים יותר פלוס חצי מהציון הנמוך ביותר, אך לא יותר ממאה.
תשובה בלי החישובים וההסברים הנדרשים למצוא אותה לא תקבל נקודות.
מותר להשתמש בתוצאות שהוכחו בשיעור מבלי להוכיח אותן בתנאי שאתה מצטט/ת
אותן בצורה נכונה וברורה.
כדי לקבל מקסימום ניקוד חלקי במקרה של טעות חישובית, תארי/י גם במילים את כל
שלבי החישוב.
נא לכתוב בעט בלבד. פתרון לא קריא לא ייבדק.

1. חשב את $u(x)$ שמעבירה את הפונקציונל $J[u] := \int_0^b [u' - u^3/3 + u] dx$ לערך מינימום חלש
מקומי מבין הפונקציות ב- $C^1([0, b])$ המקיימות $u(b) = B$, ע"י שימוש בתנאים הכרחיים
למינימום כנ"ל. אין צורך להוכיח ש- $u(x)$ מקבלת ערך מינימלי. האם יש מגבלות על הערכים
של b ו- B ?

2. נגדיר את הפונקציונל $J[u] := \int_{-x_0}^{x_0} [u^2 - e^u] dx$

(א) הראה ש- $\inf_{\{u \in C^1([-x_0, x_0]) | u(-x_0) = u_0 = u(x_0)\}} J[u] = -\infty$.

(ב) חשב את משוואות Euler-Lagrange של J .

(ג) הפונקציה $u(x) := \log(1 - \tanh^2(x/2))$ היא פתרון של משוואת Euler-Lagrange הנ"ל המקיים
 $u(-2) = u_0 = u(2)$ עבור u_0 מסוים. הראה שעבור הפתרון הנ"ל פונקציית Weierstrass E

מקיימת $E(x, u, u', p) \geq 0$ עבור כל p .

(ד) האם יש סתירה בין חלקים (א) ו- (ג)? נמק.

3. נסח והוכיח משפט על תנאים הכרחיים לנקודת מינימום חלקה של פונקציונל

$$J[u] := \int_a^b L(x, u, u') dx$$
$$\int_a^b M(x, u) dx = 0$$

בהצלחה

000-5