

מנצח ארן
סמסון ארן, תלם"ר
ב"ח קארן ב'
4.4.2008

אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעים מדויקים
ס"ג רא"מאנר וגבול סאקלר

מבחן בהצגות של חבורות סופיות

המורה: פרופ' דוד סורכי

ביניים למדעי המתמטיקה

משך הבחינה: 3 שעות

השאלה בחומר עבר בלשון אסור.

ענה על חמש שאלות.

1. תהי π הצגה אי-פניקה של חבורה G , במרחב וקטורי V , ממייחד סופי מעל \mathbb{C} . הוכח כי

$$\text{Span}_{\mathbb{C}} \{ \pi(g) \mid g \in G \} = \text{End}_{\mathbb{C}}(V)$$

2. תהי G חבורה, ויהי $H \subset G$ תת-חבורה מאיניקס סופי. נניח כי τ היא הצגה ממייחד סופי של H (מעל שדה F). הוכח כי

$$\widehat{\text{Ind}_H^G \tau} \cong \text{Ind}_H^G \widehat{\tau}$$

3. תהי π הצגה אי-פניקה של חבורה G , ממייחד סופי מעל שדה סגור אלגברית F . הוכח כי, עזי כזי סקלר, יש תבנית בינארית יחידה $b: V_\pi \times V_\pi^* \rightarrow F$, המקיימת

$$b(\pi(g)v, \pi(g)\varphi) = b(v, \varphi)$$

$$\text{לכל } g \in G, v \in V_\pi, \varphi \in V_\pi^*.$$

4. תהי D_n החבורה הדו-כפולית בה n אי-זוגי. הוכח כי הצגה אי-פניקה, מעל \mathbb{C} , של D_n היא ממייחד 2, לכן היא.

5. תהי π הצגה של חבורה סופית G , ממייחד סופי מעל \mathbb{C} . נניח כי $\chi_\pi(g) = 0$ לכל $g \neq 1$. הוכח כי יש n טבעי, כך ש- $\pi \cong \rho^{\oplus n}$, כאשר ρ היא ההצגה הנגזרת של G .

הפוק!

AAAO-4

6. תהי π הצגה אי-פניקה של חבורה סופית G , \mathbb{C} מעל \mathbb{C} .
 תהי $H < G$ תת-חבורה חסומה. הוכח כי $\dim \pi|_H[G:H]$.

בהצגה!